

Pach János Szele Tibor Emlékéremmel való kitüntetésének indoklása

Pach János 1977 óta a Rényi Intézet munkatársa, jelenleg tudományos tanácsadó. A kombinatorikus geometria és geometriai algoritmusok elméletének egyik legelismertebb és legaktívabb világhírű kutatója. Iskolateremtő matematikus. 2014-ben meghívott előadó volt a Matematikusok szülői Világkongresszusán, jövőre pedig plenáris előadó lesz az Európai Matematikai Kongresszuson. (Ebben a megtiszteltetésben a hazai matematikusok közül eddig csak Lovász László és Babai László részesült.) 2014 óta az Academia Europaea tagja.

A. Pályafutása. 1954-ben született Budapesten. 1977-ben végzett az ELTE-n matematikus szakon. Szakdolgozatában többek között megoldotta Ulam egy fontos problémáját: bebizonyította, hogy nincs olyan megszámlálható síkgráf, amelynek minden megszámlálható síkgráf részgráfja. Ehhez kapcsolódó eredményei alapvető jelentőségűnek bizonyultak az univerzális gráfok kutatásában.

1983-ban kandidátusi fokozatot szerzett és aranygyűrűs doktorrá avatták. Kandidátusi értekezését, melyben főképp Erdős Páltól származó extrémális gráfelméleti problémákat oldott meg, Simonovits Miklós vezetésével írta. Erdőssel később több mint 20 közös dolgozatot írt. 1995-ben lett a matematikai tudományok doktora.

Az MTA Matematikai Kutatóintézetben Fejes Tóth László hatására érdeklődése részben a diszkrét geometria felé fordult. A geometriai algoritmusok elméletének egyik megalapozója és egyik legnagyobb szakértője. 1992-től 2008-ig a Courant Intézet és a City College of New York professzora (2003-tól Distinguished Professor), 2008-tól 2018-ig az EPFL Lausanne tanszékvezető professzora.

B. Hatása, diákjai. Pach János területének egyik legnagyobb tekintélyű és hatású kutatója. Három könyvet írt, további kilencet szerkesztett. Közülük kettő a Bolyai Társulat kiadványa. Brass-szal és Moser-ral közös *Research Problems in Discrete Geometry* c. problémagyűjteménye, melyet japánra és oroszra is lefordítottak, számos fiatal tehetségnek segített abban, hogy bekapcsolódjon a tudományos kutatásba. Agarwal-lal együtt írt *Combinatorial Geometry* c. monográfiája (1995) a témakör egyik alaptankönyve, amely kínai nyelven is megjelent.

Erdős Pál és Fejes Tóth László halála után a magyar diszkrét geometriai iskola egyik fő motorja. Eddig 21 PhD diákja volt, közülük sokan ma nemzetközi hírű kutatók. A magyarok közül négy:

1. *Csizmadia György* (Grünwald-díjas, a Courant Intézet legjobb matematikai disszertációjáért járó díjának nyertese)
2. *Pálvölgyi Dömötör* (Lendület-díjas kutatócsoport vezető az ELTE-n)
3. *Solymosi József* (Emo Welzl-lel közösen vezetett diák, a Rényi Intézet külső munkatársa, az MTA doktora, a UBC professzora, volt Sloan ösztöndíjas)
4. *Tóth Géza* (a BME professzora, a Rényi Intézet osztályvezetője, az MTA doktora, Erdős-díjas, elnyerte a New York University-n a legjobb doktori értekezésért járó díjat—az összes tudományterületet egybevéve)

A külföldiek közül a legismertebbek:

5. *Radoslav Fulek* (a Columbia egyetemen postdoc, majd Meitner Fellow a bécsi IST-n)
6. *Dan Ismailescu* (a Hofstra University Full Professora, Stessin-díjas kutató, a Courant Intézet legjobb matematikai disszertációjáért járó díjának nyertese)
7. *Rom Pinchasi* (Gil Kalai-val közösen vezetett diák, a Technion-on Full Professor)

8. *Andrew Suk* (Associate Professor a UC San Diego-ban, Sloan ösztöndíjas, az NSF Career Award nyertese; leghíresebb eredménye: aszimptotikusan pontos megoldás az Erdős-Szekeres Happy ending problémára)

9. *Radoš Radoičić* (Full Professor a City University of New York-ban)

10. *Thang Pham* (a legjobb matematikai disszertációért járó díj nyertese az EPFL-en, jelenleg postdoc New York-ban).

Irányításával 25 posztdoktori ösztöndíjas dolgozott, köztük *Ambrus Gergely, Hubai Tamás, Keszegh Balázs, Korándi Dániel, Lángi Zsolt, Naszódi Márton és Tomon István*. Sokuknak jelentett meghatározó élményt és kutatási irányt a Pach Jánossal közös munka. Nagy befolyással volt olyan világhírű kutatók témaválasztására és munkásságára, mint *Jacob Fox, Tardos Gábor és Natan Rubin*. Különös tehetsége van ahhoz, hogy diákjai és kollégái érdeklődését felkeltse az általa vizsgált kérdések iránt. Több mint száz társszerzője van, igazi iskolateremtő matematikus. 2003 óta témaköre vezető folyóiratának (*Discrete & Computational Geometry*) főszerkesztője, és tucatnyi más folyóirat szerkesztő bizottsági tagja.

C. Tudományos munkássága. Több, mint 300 cikke jelent meg, melyekre mintegy 7000 hivatkozást kapott. Az alábbiakban kiemeljük néhány fontos eredményét, elsősorban az epsilon-hálók, a szemialgebrai gráfok, metszésgráfok és gráf-lerajzolások területéről.

A 80-as években, a számítógépes technológia terjedésével egy új kutatási irány jelent meg, a geometriai algoritmusok elmélete. A terület azóta is robbanásszerűen fejlődik, és ebben a kezdetek óta kulcsszerepe van Pach Jánosnak. Kiderült, hogy a hagyományos, részben Erdős és Fejes Tóth vezetésével kifejlesztett kombinatorikai és diszkrét geometriai módszerek ezen a téren igen hatékonyan alkalmazhatóak.

1. Az egyik – algoritmikus szempontból is – fontos kérdéskör, hogy különböző tulajdonságú geometriai alakzatok uniójának mi a *bonyolultsága*, vagyis legfeljebb hány csúcsa és lapja lehet. Erre vonatkozóan Pach –részben Micha Sharir-ral közösen – számos alapvető eredményt ért el. Egy szép példa (1986): Ha n síkbeli alakzat olyan, hogy bármely kettő határa csak kétszer metszheti egymást, akkor az uniójuk bonyolultsága lineáris.

2. Egy másik alapvető probléma, hogy egy halmazrendszerben hány elem elegendő az összes “nagy” halmaz lefogására. Elemek egy ilyen halmazát *epsilon-hálónak* hívjuk. Tanulmányozásukat Vapnik és Chervonenkis kezdeményezte. Ők vezették be a *VC dimenzió* fogalmát, amely igen hatásosnak bizonyult halmazrendszerek bonyolultságának leírására. Egyebek között – egy logaritmikus faktortól eltekintve – korlátos bonyolultságú halmazrendszerekre meghatározták a legkisebb epsilon-háló méretét. Pach János és társszerzői (1992) véletlen módszerek alkalmazásával belátták, hogy a logaritmikus faktorra tényleg szükség van. Később Tardos Gáborral (2013) belátták, hogy a logaritmikus faktorra akkor is szükség van, ha bizonyos természetes geometriai alakzatok által definiált halmazrendszereket tekintünk. Ez a felfedezés nagy áttörést jelentett az epsilon-hálók elméletében.

Szemerédi és Trotter híres tétele pontos becslést ad egyenesek és pontok közötti illeszkedések maximális számára. Pach és Sharir (1998, 2005) epsilon-hálók segítségével messzemenően általánosították ezt az eredményt, egyenesek helyett korlátos fokú algebrai görbékre.

3. Tardos Gáborral és Natan Rubinnal közösen (2016, 2018) igazolta Richter és Thomassen régi sejtését, amely szerint n páronként metsző vagy érintkező zárt görbe legalább $n^2 - o(n^2)$ metszéspontot határoz meg.

4. Rosenstiehl és Tarjan egy régi sejtését megcáfolva deFraisieux, Pach és Pollack (1990)

belátta, hogy minden n csúcsú síkgráf lerajzolható nem metsző, egyenes szakasz élekkel úgy, hogy a csúcsok egy $2n$ -szer n -es négyzetrács csúcsaiban vannak. Az eredmény lényegében optimális. Egyúttal nagyon hatékony algoritmust is találtak a fenti lerajzolásra, melyet azóta széles körben használnak és több irányban általánosítottak. Ez az egyik legtöbbet idézett cikk az egész területen.

5. Ha egy gráfot (esetleg metsző) szakaszokkal (vagy görbékkel) lerajzolunk a síkban, akkor egy *geometriai* (ill. *topológiai*) gráfot kapunk. Az elnevezés is részben Pach Jánostól (1991) származik, aki a geometriai és topologikus gráfok elméletének egyik megalapozója. A szokásos, gráfokra vonatkozó Ramsey illetve Turán típusú kérdések általánosításán túl számos mély strukturális, leszámlálási és topológiai kérdést tett fel. Ebbe a szerteágazó, izgalmas témakörbe nagyon sok kutatót sikerült bevonnia. Rengeteg fontos eredmény született, de még bőven van tennivaló. Egy gyönyörű eredmény a múlt évből a következő. 25 éve Erdős, Pach és társai (1994) megmutatták, hogy n pont a síkon mindig meghatároz $c\sqrt{n}$ páronként metsző szakaszt, de mindenki azt sejtette, hogy cn páronként metsző szakasz is létezik. Ez a témakör egyik legizgalmasabb sejtése, melyen sokan dolgoztak. A múlt évben a $c\sqrt{n}$ -es korlátot Pach, Rubin és Tardos $n^{1-o(1)}$ -re javította, ami közel optimális.

6. Alonnal, Solymosival (2001) majd később további társszerzőkkel belátták, hogy n szakasz között a síkon mindig van két cn méretű részhalmaz úgy, hogy az első cn szakasz mind metszi a második cn szakaszt, vagy mind diszjunkt a második cn szakasztól. Sőt, ennek egy messzemenő általánosítását is belátták, a sík helyett a d dimenziós térben, szakaszok helyett D bonyolultságú szemialgebrai halmazokkal is igaz az állítás (2005). Ennek a felfedezésnek igen fontos következményei vannak. Például minden ilyen módon definiált metszésgráfban van egy n^c -méretű teljes, vagy üres részgráf. Az Erdős-Hajnal sejtés szerint, ami a Ramsey-elmélet talán legizgalmasabb megoldatlan kérdése, ez az állítás igaz minden öröklődő tulajdonságú gráfosztályban. Foxnak és Pachnak (2008, 2010, 2012, 2014, 2019) – a Lipton-Tarjan szeparátor tétel messzemenő általánosításainak bizonyításával és felhasználásával – ezt több fontos, geometriai módon definiált gráfosztályra is sikerült belátnia.

Egy nagyon fontos ehhez kapcsolódó tétel a Szemerédi regularitási lemma szemialgebrai hipergráfokra való élesítése és általánosítása, amely Fox, Gromov, Lafforgue, Naor és Pach (2012) eredménye. Később Fox, Pach és Suk (2016, 2017) ezt tovább javította.

Összefoglalás. Pach János a kombinatorikus geometria világszerte elismert vezető kutatója, aki több területen is úttörő eredményeket ért el. A témakör kutatóinak egész generációját nevelte ki. Megbecsülni is nehéz azon kollégáinak számát, akiknek témaválasztására, munkájára és pályafutására döntő hatással volt.