

A mathesis tanítása módjáról, s a mathesisbeli ellentmondások okáról. a Kis Geomatrára különös tekintettel. (Tudományos Gyűjtemény, 1840, I. értekezések, 3-67. oldal)

Kerekes a reformkorban élt. Külföldi tanulmányútjain szerzett tudását és tapasztalatai be akarta ültetni a magyar oktatásba, természetesen elsősorban a Debreceni Református Kollégiumban folyó tanításba, a református tantervekbe és nevelésbe. Elődei közül Maróthi nézetei és elvei hatottak rá, de nézőpontjukban volt egy sarkalatos különbség, a tanulókhoz való viszonyában befolyásolta az, hogy ő szolgadiákként tanult. Így az oktatási problémák mellett érzékenyen fordult a nevelési és fegyelmezési kérdések felé, mindig a diákok pártján állt. Olyan korszakban tevékenykedett, amelyben a tudomány fejlődésében még sok volt a vita, a bizonytalanság, nem kristályosodtak ki a matematika új fejezeteinek fő elvei, előfordultak pontatlanságok és tévedések, voltak téves elképzelések. Ez különösen igaz volt a felsőbb matematikára.

Kerekesnek *A mathesis tanítása módjáról, s a mathesisbeli ellentmondások okáról. a Kis Geomatrára különös tekintettel* cikke három részre tagolódik.

Az Előszóban kifejti, hogy „Minthogy a mathesis mind a mesterségeknek egyik biztos alapja, mind a nevelésben – okosan tanítva – az elme kifejtésére és élesítésére egy igen hatalmas eszköz, ezért szükség van mathesist magyar nyelven tanító tankönyvek mellett egy nemzeti nyelven megírt értekezésre is, amely a mathesis tanításának különböző módjait, ezeknek hibáit és erényeit, továbbá a mathesis természetével egészen ellenkező, s mégis ebbe becsúsztott ellentmondás okát, s azoknak a tudományból mi módon lehető kiirtását adja elő, mégpedig legújabb, s legkülönösebb figyelmet érdemlő magyar mathesisi könyvünkre, a Kis Geomatrára különös tekintettel.”

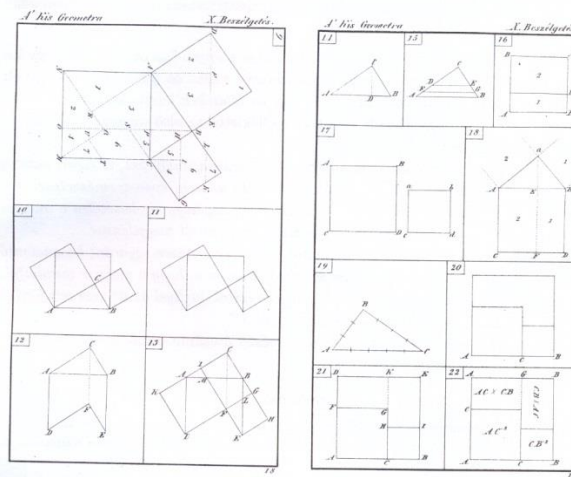
Itt az érthetőség kedvéért ki kell térnünk Nagy Károly szerepére és munkáira. Nagy Károly (1797–1868) Kerekes Ferenc és Bolyai Farkas kortársa volt. Őt 1832-ben levelező tagjává, 1836-ban rendes tagjává választotta a Magyar Tudós Társaság, mégpedig magyar nyelvű tankönyvírói tevékenységéért, az *Arithmetika, Számírás különös jelekkel* (Bécs, 1835) könyvéért, sőt neki ítélte a 200 arany akadémiai nagyjutalmat is. Érthetően és magyar nyelven írta meg könyvét, matematikai műszavai közül számosat ma is úgy használunk, ahogy ő megalkotta, pl. középponti szög, belső szög, külső szög, tompaszög, sokszög, szükséges és elég, nagyobb, mint még oly nagy szám is, csak egy és nem több. Igaz viszont, hogy nála is találunk szokatlan elnevezéseket, pl. emelés = hatványozás, mutató = hatványkitevő, vizált = reciprok, állító = pozitív, tagadó = negatív, üres = nulla, gyökér = gyök, rendbe hozás = rendezés, körvágó = húr, szög szárnya = szögszár, egyenes szög = derékszög. Megjegyezzük, hogy *Combinálás vagy öszveillesztés* címen kombinatorikával foglalkozott, tárgyalta a permutációkat, az ismétlés nélküli és ismétléses variációkat, kombinációkat.¹

Sikerei kiváltották Bolyai Farkas ellenszenvét. 1836. október 3-án Gausshoz írt levelében több kifogást is emelt a könyv szakmai, tartalmi és nyelvi színvonalával kapcsolatban. Számunkra nyilvánvaló, hogy a Magyar Tudós Társaság a Tentament azért nem értékelhette, mert annak a nyelve latin volt.

Nagy Károlynak hat magyar, két francia és egy német nyelvű könyve jelent meg és nyolc folyóiratban cikkei. Magyar nyelvű tankönyvei közül az algebrai tankönyvek ma is érhetőek, sőt élvezhetőek, mind szakmai, mind nyelvi szempontból.

¹ Nekem nagyon tetszett a tárgyalásmódja, én is hasonlóan szoktam tanítani ezt a témakört.

A tehetséggondozás úttörőjének is tekinthetjük.² A szorgalmas, tanulni vágyó, nehéz helyzetű kisiskolások számára készítette jutalomkönyvként *A kis számító* (Bécs, 1837) és *A kis Geometra* (Bécs, 1838) könyveit és mindkettő használatához Maróthihoz hasonlóan Útmutatást is adott. Módszere a modern pedagógiai elveket követi: *párbeszéd, beszélgetés, gyakorlati alkalmazás.*



A Kis Geometra 12 beszélgetést tartalmaz. 77 darab tudományos tételt sorol fel, köztük Pitagorász tételét. „Ezen tételek csaknem ugyanazok, melyek Euklidész könyvéből ismeretesek, csak rendjüket változtattuk meg imitt-amott.” – írja. A tételekhez ábrák is tartoznak, a megértés, a bizonyítás megkönnyítésére. Sőt javasolja, hogy rajz és olló segítségével bizonyítsanak.

Mai szemmel nézve a megértését nehezíti a sok különböző mértékegység és azok átszámítása, viszont érthetővé válik, hogy Nagy Károly miért harcolt az egységes mértékegységrendszer bevezetésért.

A kitérő után itt érdemes visszatérni Kerekes *A mathesis tanítása módjáról, s a mathesisbeli ellentmondások okáról, a Kis Geometrara különös tekintettel* cikkének további elemzésére.

I. szakasz

Az Euklidesi tanításmódról

Kerekes nincs megelégedve Euklidész definícióival és a tárgyalásmódjával. Megállapítja, hogy „*Más dolog tudni, más ismét tanítani; és én kénytelen vagyok megvallani, hogy bármilyen nagy Matematikus lett légyen Euklides, nékem az ő methodusa olyan messze látszik távozni a geometria józan tanítása módjától, hogy én nem győzők eléggé csodálkozni rajta, hogy mi módon tudott ez a szerencsétlen methodus több, mint kétezer esztendeig megmaradni a mathesis előadásában.*”

Kifogásolja Euklidésznek a definícióit, pl. „pont az, aminek semmi része nincs”. Azt is, hogy nevezetesen minden cikkelynek felé írják ujjnyi betűkkel, mi annak a logikai neve, pl. hogy ez „itt DEFINITIO, amaz AXIOMA, ez PROBLEMA, ez SOLUTIO, amaz DEMONSTRATIO.” Szerinte mást kellene csinálni: a tudomány küszöbén meg kellene nyerni a kezdő figyelmét és annak kedvet szerezni a tudományhoz. Nem tetszik neki, hogy előre bocsátja a sok axiómát.

² Kántor Sándorné: Nagy Károly (Révkomárom, 1797- Párizs, 1868) a reformkor tankönyvírója, a tehetséggondozás úttörője (2013) Szeged, Polygon XXI/ 1-2.szám, 1-17.

Azt javasolja: „Ott hozzuk elő a definíciók, az axiómák, okoskodások mindegyikét, ahol először szükség van rá, vagyis hol a tudomány rendi szerint a sor reá kerül.”

„Itt is az a jó és okos vezető, oktató, tanító, aki nemcsak a mathesis legnevezetesebb igazságait mind útba ejti, és ezeknek gyakorlati haszna vételére is megtanít, hanem még azokra is, melyek útba nem esnek. Utunkat a tudományon keresztül érdekes, és figyelmünket szüntelenül ébren tartó előadásával minél kellemesebbé tenni igyekszik.”

Euklidész Elemek könyve nem alkalmas iskolai tanításra, sőt axiómarendszerét a tudomány a 19. században felülírta. De hol vagyunk még a Hilbert-féle axiómarendszerrel? ³

Viszont jónak ítéli, hogy a Kis Geometra szerzője nem Euklidész előadásmódját követi, hanem az igazságokat természeti renddel következteti és egymással összeköti a következtetéseket.

II. szakasz

A Kis Geometra tanítási módjáról és egy másikról, hasonlóképpen beszélgetésekben.

Kerekesnek nem nyerte meg a tetszését A Kis Geometra párbeszédese tárgyalási módja, ami két személy, egy kérdező és egy felelő közti beszélgetésekbe építi be a geometriai ismereteket. Nem tetszik neki, hogy a Tanuló a kérdező és a Tanító válaszol.

I. Értekezések.

1.

A' mathesis' tanítása' módjairól, 's a' mathesisbeli ellenmondások' okáról, a' Kis Geometrára különös tekintettel.

ELŐSZÓ.

Minthogy a' mathesis mind a' mesterségeknél egyik biztos alapja, mind a' nevelésben — okosan tanítva — az elme kifejtésére, és élesítésére egy igen hatalmas eszköz: most, midőn hazánkban mind az ipar szemléletmást éledez, mind a' nevelésre naponként nagyobb nagyobb gond fordítatik, 's mind két okból, mathesist tanító magyar könyveket is többen kezdenek írni hazánkfilai között, nem íesz, úgy tartom, helyén és idején kívül hazánkban, 's nemzeti nyelvünkön egy olyan értekezés, melly a' mathesis' tanításának különböző módjait, ezeknek hibáit, és erényeit, továbbá a' mathesis' természetével egészen ellenkező, 's mégis ebbe

1*

4

bécsúszott ellenmondások okát, 's azoknak a' tudományból mimódon lehető kiirtását adja elő, még pedig legújabb, 's legkülönösebb figyelmet érdemlő magyar mathesisi könyvünkre, a' Kis Geometrára, különös tekintettel.

I. SZAKASZ.

Az Euclidesi tanításmódról.

Midőn *Euclides* mintegy 300 esztendővel K. u. sz. e. olly nagy hírral tanítaná Alexandriában a' geometriát, hogy nála maga az akkori Egyiptomi Király *Ptolemaeus Lógi* is ezen akkor divattudományt hallgatni kívánna: mondják, hogy az ő tanítása' módja a' Királynak nem tetszvé, kérte tőle, nem tudná őt a' geometriára másképp' tanítani? 's hogy a' nagy hírű tanító a' Királynak ezen kérdésre így felelt: *οὐκ ἐστὶν ἄλλο βασιλεια πρὸς τὴν γεωμετρίαν*, az az: nincs a' Királyoknak különös útjuk a' geometriára. Úgy van! de azért mégis nagy igaza volt a' Királynak tudakozni, ha vajon nincs, és nem lehet e' a' geometria' tanításának más módja is azon kívül, mellyet *Euclides* követ? mert kétség kívül éreze a' tudós, és még mindig tanulni sze-e-tő Király, hogy itt az *Euclides* módja nem a' legtermészetibb. Távol legyen, hogy én *Euclides*t, mint Mathematicust, ócsároljam; mert ha szinte talám nem bírt is ő a' mathesiben olly találós elmével, mint *Archimedes*; de csakugyan kétség kívül nagy Mathematicus volt ő is a' maga idejében. — Hanem valamint a' muzsikában nem mindenkor az a' legszerencsesebb tanító, ki maga legjobb muzsikus: éppen így van a' dolog a' mathesisre, sőt más tudományokra nézve is. Más dolog tudni, más ismét tanítani; és en kénytelen vagyok megvallani, hogy bár milly nagy

Kifogásolta már az első kérdést is: „Miként jutunk el a terjedtség (dimenzió) ismeretéhez?” A kérdésre adott ismétlést tartalmazó válasz helyett egy rövidebbet javasolt: „a tárgyak formáját és nagyságát együtt nevezzük a tárgy terjedtségének, ennek megismerésére vezet bennünket az a tudomány mely Geometriának neveztetik.”

³Hilbert műve, a *Grundlagen der Geometrie* (A geometria alapjai) 1899-ben jelent meg a geometria axiomatizálását tűzve ki célul maga elé. Hilbert egy formális axiómarendszerrel javasolt a hagyományos euklideszi axiómák helyett, megpróbálva kiküszöbölni az euklideszi axiómarendszer hibáit.

kinthetünk⁴ annak már kellett mathesist tanulni: mert különben hol vette volna a' mennyiségnek mathesisi fogalmát? Azonban az egész kérdés olyan főre mutat, melytől elvont gondolkodáshoz szokott, és abban gyakorlott. Hogy esik hát, hogy egy ilyen ember mégis ezt teszi kérdésbe: miként jutunk azon térnek, melyet a' tárgyak elfoglalnak, ismeréséhez? Nem tudhat ő még annyit, hogy ehez mérés és számítás által jutunk? 's ha ezt tudja, miért kéri? Illyen gondolatok ödenek eszünkbe akaraink ellen is, midőn a' Kis Geometria első beszélgetésének első kérdését elolvassuk. De most lássuk mi feleletet nyér a' tudni vágyó kérdező fentebb idézett első kérdésére.

„F.“ (azaz a' Felelő) „Valóban“ — úgymond — „minden a' természetben lévő, szinte mint a' művészetek által előhozott tárgy vagy test bizonyos és tulajdon alakjában mutatkozik, mely mennyiségétől tökéletesen független. Bármely formája legyen a' tárgynak, annyi bizonyos, hogy tért foglal el, 's bár mekkora legyen, nagysága határok között van. A' tárgyaknak nagyságát és alakját összevéve terjedtségnek (terjedtségnek) nevezzük, a' terjedtség ismerésére pedig azon tudomány vezet, melyet geometriának nevezünk. Ezen feleletre először is azt jegyezzük meg, hogy a' gyermekeket ugyan jó arra szoktatni, miszerint, mikor a' feltett kérdésre felelnek, a' feleletben a' kérdést is ismételjék, hogy így megtegyék, ha vajon a' kérdést-felfogva, és értelmesen felelnek é, de illyen nemű beszélgetésben, a' millyet itt a' Szerző ír, azt, a' mit kérdező elmondott a' felelővel újra úgy ismételtetni. mint itt ismételtetik: valóban csupa szószaporítás, és az első kérdésre, ha már az csakugyan úgy tetetett fel, csekély vélekedésem szerint helyesebb lett volna a' felelet illyen formán:

Tud. Gyűjt. I. Köt. 1840.

2

„F. Nem egészen világosan fejezed ki magadat, midőn azt mondd, hogy a' tárgyaknak formájok azon tér melyet elfoglalnak; mert a' tér, melyet a' tárgyak elfoglalnak, azoknak nem csak formájuktól függ, hanem egyszersmind nagyságuktól is, és valamint a' forma független a' mennyiségtől, vagy nagyságtól, a' mint mondd, úgy viszont a' mennyiség vagy nagyság is független a' formától; e' kettőt pedig, t. i. a' tárgyak formáját és nagyságát együtt véve nevezzük a' tárgy terjedtségének, 's ennek megismerésére vezet bennünket az a' tudomány mely Geometriának nevezetik.“ Egyébiránt kétségkívül lehetett volna az első kérdést, 's ahoz képest osztán a' feleletet is úgy intézni, miszerint a' Geometria definitiója világosabb, határozottabb, 's talám még is röviddebb lett volna.

A' második Kérdés továbbá eképpen vagon:

„K. E' szó Geometria tudom egy a' *) legrégibb tudományt jelöli, 's két görög szóból, *geos*⁴ (nem hanem *gea* vagy *ge*) (föld), és *metron* (mérték v. mérő) van össze téve. „Nemde Földmérés a' Geometria?“ Úgy van: de hiszen ha tudja ezt K. 's már tulajdon maga megmagyarázta miért kéri mégis? Vajon nem jobb lett volna é; ha mikor F Geometriát említett, K. ezt kérte volna:

*) A' határozatlanságot jelentő *egy* (quidam, quaedam, quoddam) és a' határozottságot jelentő *a'* vagy az *szócica* mind a' ketten együtt nem állhatnak valamely szó előtt; mert hogy valami egyszerre, egy időben határozott is, határozatlan is legyen, az lehetetlen. Ez a' mondas is tehát: „E' szó Geometria *egy a'* legrégibb tudományt jelöli.“ nyelvtudományilag hibás, és vagy így leszsz jól: „a' legrégibb tudományt jelöli.“ vagy így: „egy legrégibb vagyis, egy igen régi tudományt jelöli, vagy végezetre így: „jelöl egyet a' leg régibb tudományok közül.“

A második kérdés: „Mit értünk a Geometria szó alatt?“ Kerekes boncolgatja a Geometria szó különböző értelmezéseit (tudomány, iskolai tantárgy, mérések). Nincs megelégedve Nagy Károly dialógusának a fogalmazásával. De elismeri, hogy „Egyébiránt az érdemes szerző azért foglalta, úgy tartom Kis Geometráját beszélgetésekbe, hogy így ezen különben száraz tudomány előadásának nagyobb elevenséget szerezvén, ezáltal a tudományt a magyar növendék ifjúsággal megkedveltesse; amit én nagyon is helyben hagyok.“⁴

Kerekes Ferencnek van egy kiadatlan 700 oldalas kézirata⁵, amiben kérdés-felelet formájában dolgozta fel a Debreceni Református Kollégium matematika tananyagát. Az az érdekessége, hogy ő nyelvi tehetségét felhasználva, szinte színdarabszerű beszélgetéseket írt le a tanító és a diák között, amelyekbe módszertani észrevételeket is beletett.

A cikk legérdekesebb része a III. szakasz.

III. szakasz

A kitaláltató tanításmódról a mathesisben (methodo heuristica)

Ez a rész mai szemmel is nagyon érdekes, aktuális és rettentően tömény. Szinte semmit sem lehet hozzátenni, minden megállapítása érvényes. Engem nagyon meglepett, hogy eddig nem

⁴ Nagy Károly könyveit áttanulmányoztam. Az Elemi Arithmologia Arithmográfia első részét a 21. században is érdekesnek, élvezetes olvasmányos tankönyvnek találtam, modern fejezetekkel, pl. kombinatorika. A második részben már előfordulnak szakmai hibák. A Kis Számító A Kis Geometrához hasonlóan párbeszédés formában tárgyalja lényegében a természetes számokkal végzett műveleteket, a törteket, a tizedes törteket, a pénzügyi ismereteket. A példák megoldásánál grafikus szemléltetést alkalmaz, táblázatos felírási módszert alkalmaz. A Kis Geometria olvasása nehezebb, mert tele van a különféle mértékegységek közti átszámításokkal. Érdeme a sok gyakorlati példa, illetve az, hogy szemléletes geometriai bizonyításokat is közöl.

⁵ TTREK R/ 608/45.

találkoztam annak elemzésével, hogy Kerekes Ferenc a 19. század első felében a heurisztikus matematikatanítás módszerével foglalkozott.⁶

24

lőmben sok szép és hasznos igazságokkal telyes, és érdekes munkáját ilyenforma beszélgetésekbe öltöztetni, az ez által nem keveset fogna nyerni mind tudományos, mind művészeti tekintetben; kivált ha szükségtelen kérdések feszegetését, s a felettebb bölbesédet, mire mind kettőre példa lehet a többek közt a Kis Geometra 7-dik lapja, elkerüli, és ahol többet nem mond, mint a mennyi a dolog világos felvételére éppen szükséges.

III. SZAKASZ.

A kitaláltató tanításmódról a mathesisben
(de methodo heuristica).

A híres Euler, egy a mult század legnagyobb Mathematicusai között, ilyen című munkájában: *Lettres à une Princesse d'Allemagne sur divers sujets de physique et de philosophie*, a 2-dik Kötetben a 28-dik levélben az elfelejtésről, és ismét vissza emlékezésről beszélvén, azt, hogy az ember, a mit egyszer tudott, ritkán felejt el tökéletesen el, hanem többnyire csak félig-meddig, következő példával világosítja a német fordítás szerint: *Zuweilen verlieren sich die Ideen gänzlich; aber gewöhnlich vergessen wir sie nur zur Hälfte. Wenn es zum Beispiele geschähe, dass Ew. Hoheit den Beweis des Pythagorischen Theorems vergässen, so könnte es leichtlich seyn, dass sie sich aller Mühe ohnerachtet dessen nicht mehr erinnern könnten: aber es wäre doch eigentlich nur zur Hälfte vergessen; denn sobald ich die Ehre haben würde, Ihnen die Figur wieder vorzuzeichnen und Sie wieder auf die Spur des Beweises zu bringen, so würden Sie sich gewiss desselben sogleich wieder erinnern, und diese zweite Demonstration würde auf Ihre Seele einen ganz anderen Eindruck, als*

Kerekes Eulernek a *Levelek egy német hercegnőhöz*⁷ munkáját említi először. Ezt a bestseller könyvet Euler 1760 és 1762 között írta a brandenburgi herceg kérésére a herceg 15 éves lánya számára. A könyv népszerű formában tartalmazza a XVIII. század közepének fizikai, filozófiai, logikai, ismeretelméleti, etnikai, és teológiai ismereteit. Matematikai szempontból számunkra azért érdekes, mert a 102-108. levélben halmazokkal és logikával foglalkozik. Kör formájában itt jelenik meg szemléltetésképpen a Venn-diagram. Euler mindig szívesen tanította a gyerekeit, tanítványait és unokáit. Úgy gondolta, nem tett volna meg mindent a tudományért, ha nem mutatta volna meg azokat az ötleteket, amelyek elvezették őt a felfedezéseihez.

Kerekes megállapítja, hogy a 28. levélben van szó az elfelejtésről és a visszaemlékezésről. Ha valaki elfelejt a Pitagorász-tételt, akkor, ha az ábráját lerajzolják neki, hamar fel tudja idézni, visszaemlékszik a bizonyításra is: „*az ember, amit egyszer tudott, ritkán felejt el tökéletesen, hanem többnyire csak félig-meddig.*” A tudomány mai állása szerint van rövid és hosszú távú memória, illetve agyunk két féltékéje másképpen jegyzi meg az ismereteket, külön tárolja a képeket. Dienes Zoltán⁸ szerint a perceptív változatosság a matematikatanulás egyik fő alapelve.

⁶ Fehér Katalin: Kerekes Ferenc (OPKM,2001) című könyvében közöl belőle részletet, de közben súlyos, értelemzavaró elírásokat találunk benne, pl. Euler helyett Enter szerepel. Én az eredeti, a Tudományos Gyűjteményben megjelent tanulmányt használtam forrásként.

⁷ Ezzel a munkával a 300 éve született Leonhard Euler cikkemben foglalkoztam. Természet Világa (2007) 138. évf. 9. szám, Melléklet CXXIX-CXXXVI.

⁸ Kántor Sándorné: A matematika tanítás nagy mágusa. Természet Világa (2016) 147. évf. 9. szám Melléklet, CXXIX-CXXXIV.

„Euler midőn a német hercegkisasszonyt a Pitagorász tételére tanította, maga rajzolta elébe a Figurát, s abból okoskodva maga mondotta el előtte a megmutatást, nemcsak, hanem még azt is feltette, hogy a hercegkisasszony ezt az ő tőle tanult megmutatást úgy elfejtené, hogy az soha többé eszébe nem jutna. Úgy van! Euler, és övele együtt matematikusok szinte közönségesen (általában) azt hitték, és hiszik sokan, úgy látszik máig is, hogy a Mathesisi igazságokat, amilyen pl. a Pitagorász tétele is, megmutatni csak némely szerencsés elméknek adatott, másoknak pedig elég ezeket csak bámulni, és amely igazságokat ezek feltaláltak: azokat, mint valamely tradíciókat tőlük elfogadni, és megtanulni; holott pedig **a mathesis igazságai főképp azok melyeket, mint az emberi elme tiszta eredményeit, okos vezérlés mellett magukkal a tanuló gyermekekkel és ifjakkal mind fel lehet találtatni.**

Előttem van pl. most is a Pitagorász tételének 17 egymástól különböző geometriai megmutatása, melyet egy németországi jeles nevelőintézetben 1823-ban tanult gyermekek és ifjak készítettek. **A gyermekeket a geometria ábécéjének kezdetétől fogva mindenütt úgy vezetik, hogy minden igazságot maga találjon ki.** Így aztán mikor a Pitagorász tételére kerül sor, azt könnyen kitalálja. A mód pedig, miszerint a gyermekek és az ifjak úgy vezéreltetnek a Mathesisben, nevezetesen a geometriában, hogy annak minden igazságát maguk találják ki, abban áll, hogy kikeresvén a tudomány kezdő végét, oly móddal rakjuk fel az ifjaknak, vagy a gyermekeknek a kérdéseket, hogy arra mindenki meg tudjon felelni, az elsőbbségre ugyan a csupa józan okosságból, a későbbiekre pedig mindenkor azokból, amiket már azelőtt kitalált. Itt azonban ne aprózzuk annyira el, hogy azokra megfelelni a felelőnek semmi gondolkodásába ne kerüljön.

Valóban szép nézni az ilyen kis geometrákat, hogy törik a fejüket, egyik sétálva, másik magát egy szegletbe vonva, ki-ki a neki feladott kérdés megfejtésén, és hogy örülnek, mikor azt megfejtették. **Semmi kétséget nem szenved, hogy a Mathesis tanításának ez a legjobb módja, s így a Mathesis igazán elmét élesítő, s gondolkodásra szoktató tudomány.** ”

Kitért arra is, hogy a Wiesbadeni Intézetben a heurisztikus módszerrel tanuló gyerekek és ifjak közül a legidősebb 20 éves, a legifjabb – Moritz Gusztáv csak 10 éves volt.

Itt is elemzi azt, hogy szerinte a *szokrateszi párbeszéd*nél jobb a heurisztikus módszer, pl. Szokratész az egyik dialógusban egy, a geometriát sohasem tanuló, ifjat 40 apró kérdésen, mint megannyi lépcsőn vezeti pl. annak a geometriai igazságnak az átlátására, hogy valamely kockalap átlója a kétakkora kockalapnak az oldala lesz. Az ilyen kikérdezés szokrateszi tanítási mód, de nem kitaláltató, nem heurisztikus módszer, mivel itt a tanuló maga nem okoskodik, maga nem talál semmit, hacsak az előtte hol egy más oldalról apródonként kitalált, s utoljára egészen leleplezetett igazságot látja át, anélkül, hogy ő annak felkeresésében és kifejtésében legkevésbé is munkás lett volna. Szerinte, amelyik ifjú maga kereste és találta fel a mathesis igazságait, annak lelkével ezek mintegy összenőttek úgy, hogy annak úgyszólván egészítő részét teszik, s ennél fogva ezeket onnan soha semmi feledékenység ki nem törölheti. Megállapítja, hogy *„ennél még sokkal becsesebb az, hogy megtanulta azt is, hogy kell kereskedni és mintegy nyerekedni a Mathesisi igazságokkal, vagyis hogyan kell a megtalált igazságok segítségével új igazságokat keresni.*”

Viszont látja a problémákat, vagyis is azt, hogy az ilyen kitaláltató tanításban a tanítónak mindegyik tanítványával fogékonyságának megfelelően *„egyénenként kell magát alkalmaztatnia.*” Ez pedig azokban az iskolákban, ahol egy tanítóra 50, 60, öt 100 tanuló is jut, nem alkalmazható, itt nem jut idő arra, hogy a tanító mindegyik tanítványával külön bíbelődjék.

Itt legfeljebb annyit tehet a tanító, hogy kérdések által serkenti és szüntelenül ébren tartani igyekszik tanítványai figyelmét, és ha nem mindent, s nem mindenkivel is, legalább *a legjobbakkal sokat magukkal találta ki.*

Nagyon ajánlja a módszert a házitanítóknak és azoknak a tanintézeteknek, ahol kicsi a tanulók létszáma. Foglalkozik a szülők véleményével is, mert eleinte csak lassan lehet haladni ezzel a módszerrel, de ez később kipótlódik. *„Ha az ilyen módszert követő tanító eleinte lassan halad a mathesisben, és nem tesz mindjárt csodát a gyermekkel, és ha abban sem ütköznek meg, hogy néha talán olyan igazságok kitalálásával is hallják bibelődni a gyermekeket, melyeknek az életben semmi haszna sincsen, s nem aggódnak azon, hogy az efféléktől majd azt ún. reáliák tanulására nem jut elég idő.”*

Saját németországi tapasztalatait eleveníti fel. Idézi egy kölni gyáros véleményét, aki azt tapasztalta, hogy a felfedezett módszerrel tanuló diákok kicsit nehezebben indultak, de három-négy hónap alatt elhagyták a reáliskolából jövőket, *jobban tudtak önállóan dolgozni és gondolkodni.*

Felhívja a figyelmet arra, hogy az iskolában a mathesisi elmegyakorlásokkal párhuzamosan legyen meg a test és lélek minden más tehetségeinek a gyakorlása. A mathesisi komoly órákat muzsikával, testgyakorlással váltsák fel. *„A tapasztalás azt bizonyítja, hogy a gyermekek az ily móddal a legelvontabb mathesisi spekulációk mellett is megtartják természeti vidámságukat, gyermekségüket és magukba vonuló komor elmélkedőkké nem lesznek.”*

A tanítók vonatkozásában érdekes megjegyzéssel zárja tanulmányát: *A mathesist a kitaláltató mód szerint tanítani nem minden ember dolga. Akik maguk is így tanulták a mathesist, azok közül leghamarabb válnának, kik arra másokat is tudnának oly módon okosan vezérelni. De ki kezd el hazánkban ilyen matematikusokat formálni?*

IV. szakasz

A mathesibeli ellentmondások okáról

Ebben a részben a felsőbb matematika vitatott kérdéseivel foglalkozik, olyanokkal, amelyek az akkori tudomány problémás kérdései voltak. Ilyenek pl. a számfogalom (valós, képzetes számok), van-e negatív számnak logaritmus, végtelen kis mennyiség. Elemzi a Kis Geometra egyes geometriai fogalmait, idézi neves matematikusok nézeteit hol latinul, hol németül, hol magyarul, amikor is a felsőbb matematika még ki nem forrott magyar matematika nyelvét használja. Kritikájának célja az volt, hogy észrevételei alapján a mathesist tanító tankönyvek tökéletesebbek legyenek mind az előadásmódjukra, mind az elemi alapfogalmak kifejtésére vonatkozólag, mert a tudomány világossága, megkedveltetése és terjedése is ettől függ.